

Программы вступительных испытаний

Программа по математике

Настоящая программа состоит из двух разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий как на устном, так и на письменном экзамене.

Во втором разделе представлен перечень вопросов теоретической части устного экзамена. При подготовке к письменному экзамену целесообразно ознакомиться с формулировками утверждений из данного раздела.

Основные умения и навыки

Экзаменуемый должен уметь:

-производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькулятором или таблицами для вычислений.

-проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные; выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

-строить графику линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

-решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящие к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

-решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

-изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.

-использовать геометрические представления при решении алгебраических задач и методы алгебры и тригонометрии при решении геометрических задач.

-проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

-пользоваться понятием производной при исследовании функции на возрастание (убывание), на экстремумы при построении графиков функций.

Объем знаний и степень владения материалом, описанные в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими, но при условии, что он способен их пояснить и доказать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела в некоторых учебниках могут называться иначе, чем в программе, формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

I. Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трёхчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, чётность, нечётность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции.

Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма).

Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функции: линейной, квадратной $y = ax^2 + bx + c$,

степенной $y = ax^n$ ($n \in N$), $y = \frac{k}{x}$, показательной $y = a^x$, логарифмической,

тригонометрических функций ($y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$), арифметического корня.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенства. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \beta$; $\cos \alpha \pm \cos \beta$.

Определение производной. Её физический и геометрический смысл. Производные $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = a^x$; $y = x^n$ ($n \in Z$).

Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырёхугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники, Их вершины, рёбра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шар.
Плоскость, касательная к сфере.
Формулы площади поверхности и объёма призмы.
Формулы площади поверхности и объёма пирамиды.
Формулы площади поверхности и объёма цилиндра.
Формулы площади поверхности и объёма конуса.
Формулы объёма шара.
Формулы площади сферы.

II. Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и её график.

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и её график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и её график.

Формула корней квадратного уравнения.

Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ и их графики.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и её график.

Решение уравнений вида $\sin x = a$; $\cos x = a$; $\operatorname{tg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента. Производная суммы двух функций.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудалённых от концов отрезка.

Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и её свойство.

Измерение угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольника.

Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

Теорема о трёх перпендикулярах.

Образец билета по математике для физико-математического факультета

1. Свойства функции $y = kx + b$ и её график.

Геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы n членов прогрессии.

2. Теорема о трёх перпендикулярах. (Доказать).

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр с плоскости.

3. Решение уравнений вида $\sin x = a$; $\cos x = a$; $\operatorname{tg} x = a$.

4. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 6 см, а боковое ребро образует с высотой пирамиды угол 60° . Найдите объём пирамиды.

Образец билета для неспециальных факультетов

1. Косинус суммы и разности двух аргументов, основные свойства и график функции $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)
2. Формулы площади поверхности и объема призмы. Свойства равнобедренного треугольника.
3. Решить неравенство
$$\frac{x+3}{x^2-5x+6} > \frac{1}{2}.$$
4. Найти объем правильной треугольной призмы, если стороны ее основания равны 2, а площадь боковой поверхности равна сумме площадей оснований.

Образец билета для письменного экзамена

1. Решить неравенство:
$$\frac{x^2+13x+24}{2+x-x^2} \geq \frac{x}{2-x}$$
2. Решить уравнение: $\sin^4 2x + \cos^4 2x = \sin 2x \cos 2x$
3. Решить уравнение: $9 \cdot 5^{\frac{2}{\sqrt{x}}} + 2 \cdot 15^{\frac{1}{\sqrt{x}}} - 75 \cdot 3^{\frac{2}{\sqrt{x}}} = 0$
4. Решить неравенство:
$$\log_2 \log_4 \left(\frac{2x-1}{4+x} \right) > -1$$
5. Прямые, содержащие боковые стороны равнобедренной трапеции, пересекаются под прямым углом. Найти длины сторон трапеции, если ее площадь равна 12см^2 , а длина высоты равна 2см.